Sistema de coordenadas cilíndricas

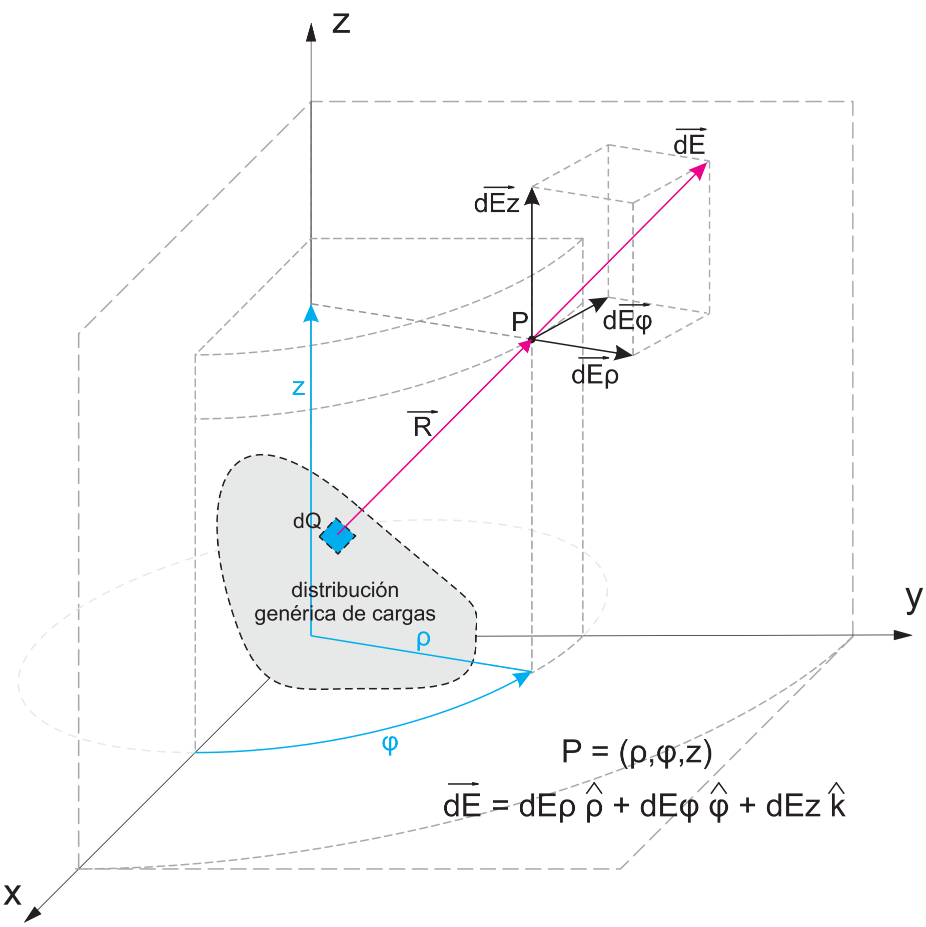

Figure 1: Análisis en coordenadas cilíndricas del campo eléctrico generado por una distribución genérica de cargas.

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{R^2} \hat{R} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{R^3} \vec{R}$$

Línea infinita con carga

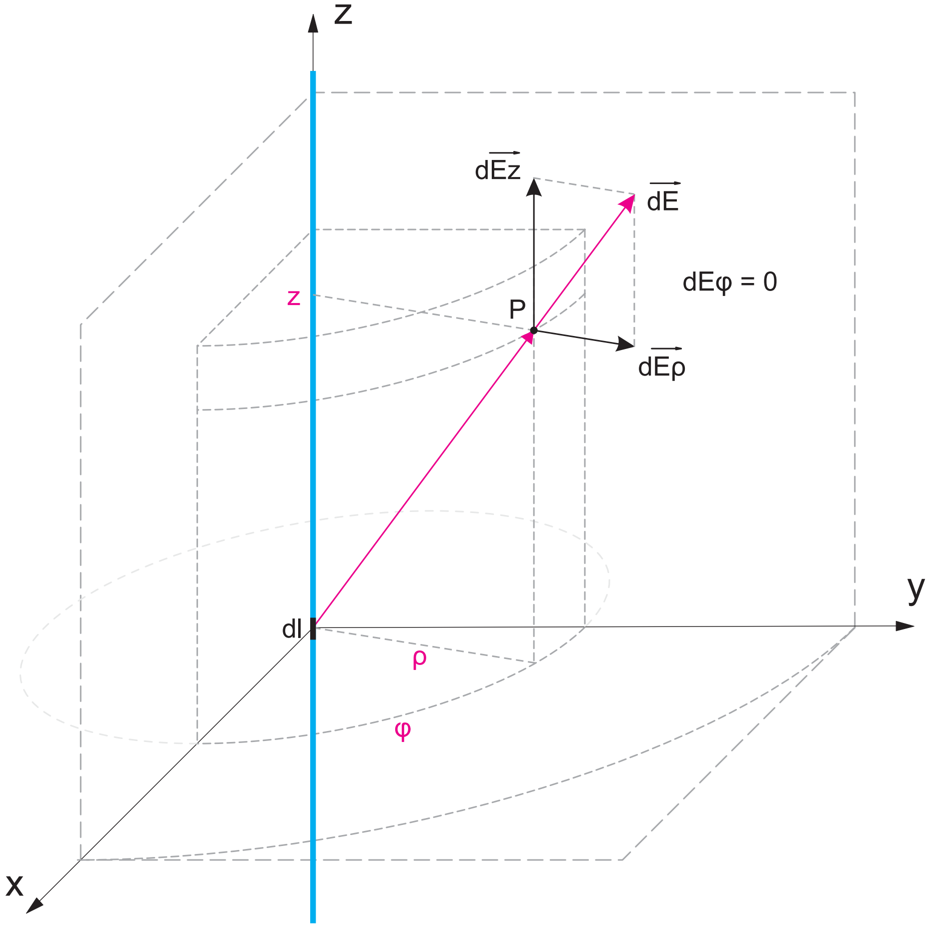

Figure 2: Línea infinita con carga.

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{R^2} \hat{R} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{R^3} \vec{R}$$

Reemplazando

1. $dQ = \lambda \, dz \, \hat{k}$
2. $R^3 = (\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$
3. $\vec{R} = \rho \, \hat{\rho} + z \, \hat{k}$

Obtenemos

$$\vec{E} = \int\limits_{z\to-\infty}^{z\to+\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda \, dz}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\rho \, \hat{\rho} + z \, \hat{k}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[\int\limits_{z\to-\infty}^{z\to+\infty} \frac{\rho \, dz}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{\rho} + \int\limits_{z\to-\infty}^{z\to+\infty} \frac{z \, dz}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k} \right]$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\rho\,\hat{\rho}\int\limits_{z\to-\infty}^{z\to+\infty}\frac{dz}{(\rho^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} + \hat{k}\int\limits_{z\to-\infty}^{z\to+\infty}\frac{z\,dz}{(\rho^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\rho\,\hat{\rho}\left[\frac{z}{\rho^2\sqrt{\rho^2+z^2}}\right]_{z\to-\infty}^{z\to+\infty} + \hat{k}\left[\frac{-1}{\sqrt{\rho^2+z^2}}\right]_{z\to-\infty}^{z\to+\infty}\right\}$$

Aplicando Barrow con los límites apropiados:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\rho\,\hat{\rho}\left[\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\rho^2}\right] + \hat{k}\,[0-0]\right\}$$

por lo que se anula la componente z del campo eléctrico, quedando sólo la componente radial.

$$\vec{E} = \frac{\lambda\,\rho}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{\rho^2}\,\hat{\rho}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\rho}\,\hat{\rho}$$